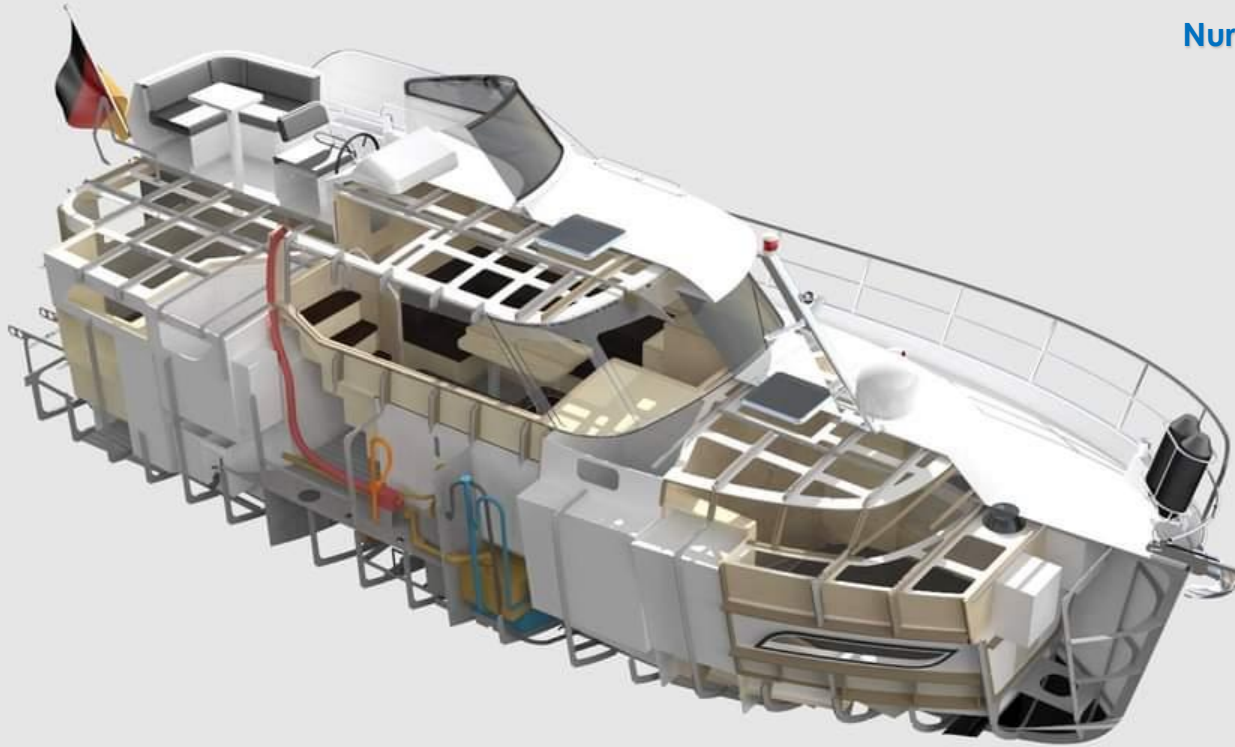




# **MODEL MATEMATIK SISTEM ELEKTRIK**

# **SISTEM PENGENDALIAN DAN OTOMATISASI**

## **POLITEKNIK KELAUTAN DAN PERIKANAN SORONG**

**BADAN RISET DAN SUMBER DAYA MANUSIA KELAUTAN DAN PERIKANAN**

**Pengantar**

**Materi**

**Contoh Soal**

**Ringkasan**

**Latihan**

**Asesmen**

**Pengantar**

**Materi**

**Contoh Soal**

**Ringkasan**

**Latihan**

**Asesmen**

**Hukum Kirchhoff**

**Elemen Sistem Elektrik**

- Pada bagian ini akan dibahas mengenai pembuatan model matematika dari sistem elektrik baik dalam bentuk persamaan differensial, fungsi alih maupun diagram blok.
- Sistem elektrik yang akan dibahas meliputi rangkaian listrik yang melibatkan resistor, induktor, kapasitor dan operasional amplifier.
- Persamaan dinamik dari elemen sistem elektrik diperoleh berdasarkan hukum arus dan tegangan Kirchoff



## Hukum Kirchhoff

- Hukum arus Kirchhoff  
*Jumlah arus yang memasuki suatu simpul sama dengan jumlah arus yang meninggalkan simpul yang sama.*
- Hukum tegangan Kirchhoff  
*Jumlah tegangan dalam suatu loop sama dengan nol*

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen



## Elemen Sistem Elektrik

### Resistor

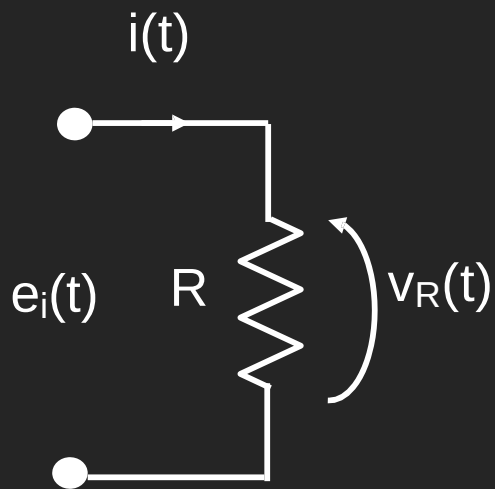


Diagram blok:



PD :  $v_R(t) = R \cdot i(t)$

TL :  $V_R(s) = R \cdot I(s)$

Fungsi alih :  $\frac{V_R(s)}{I(s)} = R$

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen



## Elemen Sistem Elektrik

### Induktor

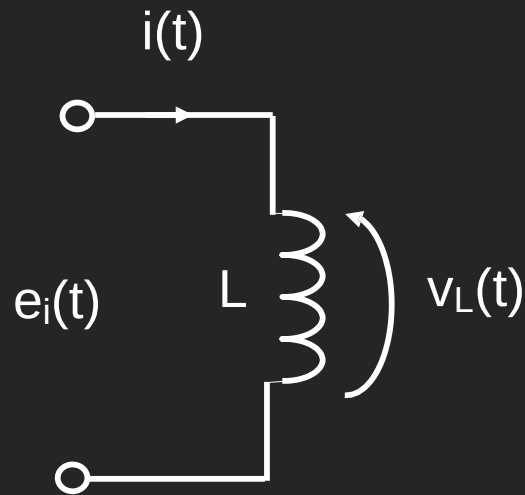


Diagram blok :



PD : 
$$v_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

TL : 
$$V_L(s) = L \cdot s \cdot I(s)$$

Fungsi alih : 
$$\frac{V_L(s)}{I(s)} = Ls$$

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen



## Elemen Sistem Elektrik

### Capasitor

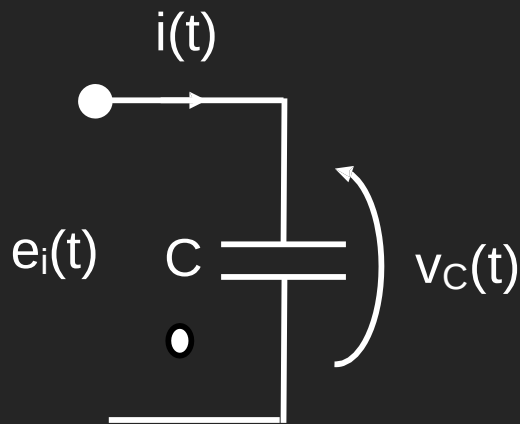
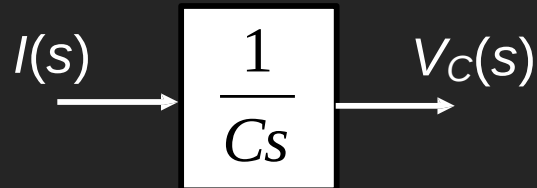


Diagram blok :



PD :  $v_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$

TL :  $V_C(s) = \frac{1}{Cs} I(s)$

Fungsi alih :  $\frac{V_c(s)}{I(s)} = \frac{1}{Cs}$

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

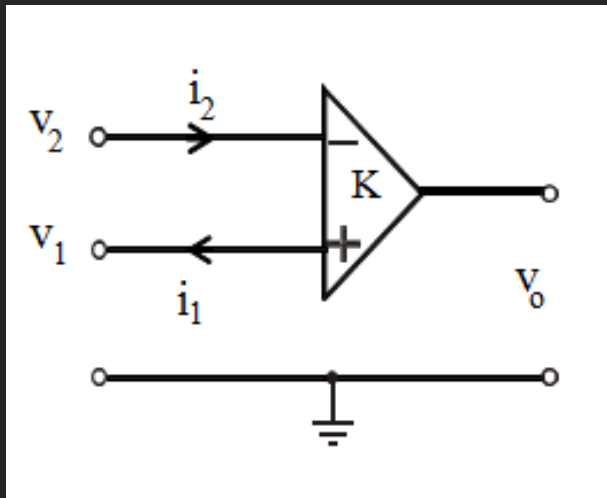
Asesmen





## Elemen Sistem Elektrik

### Operational Amplifier



#### Sifat – sifat :

- ✓ Gain  $K = 10^5 - 10^7$  kali
- ✓ Punya 2 masukan : (+) dan (-)
- ✓ Impedansi masukan sngat besar sehingga arus input mendekati nol
- ✓ Mempunyai keluaran :  
$$v_o = K ( v_1 - v_2 )$$

Pengantar

Materi

Contoh Soal

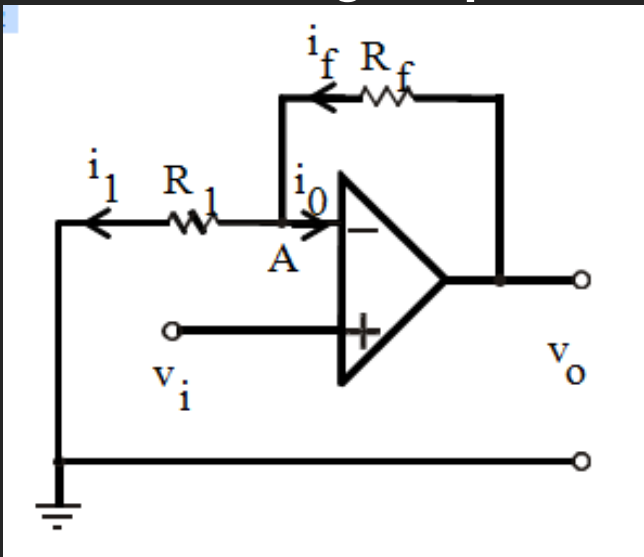
Ringkasan

Latihan

Asesmen



### Non Inverting Amplifier



$$\text{Node A: } i_f - i_1 - i_0 = 0$$

$$i_1(t) = \frac{v_A(t)}{R_1}$$

$$i_f(t) = \frac{v_o(t) - v_A(t)}{R_f}$$

Kondisi ideal :  $i_0 \approx 0, \varepsilon = 0$   
maka :  $v_A(t) = v_i(t)$



## Elemen Sistem Elektrik

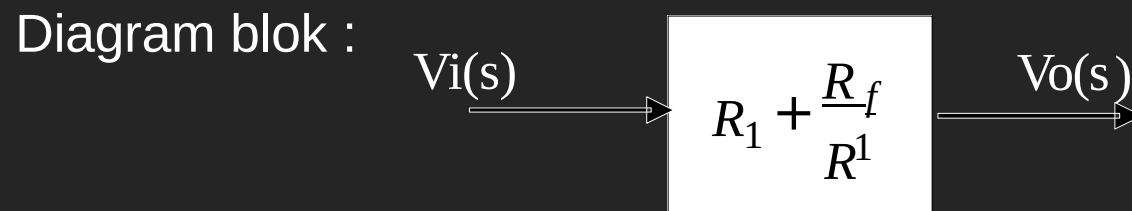
$$i_i(t) = i_f(t) \Leftrightarrow \frac{v_A(t)}{R_1} = \frac{v_o(t) - v_A(t)}{R_f} \Leftrightarrow \frac{v_o(t)}{R_f} = \frac{v_i(t)}{R_1} + \frac{v_i(t)}{R_f}$$

Keluaran :

$$v_o(t) = \left( 1 + \frac{R_f}{R_1} \right) v_i(t)$$

Fungsi alih :

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = 1 + \frac{R_f}{R_1}$$



Pengantar

Materi

Contoh Soal

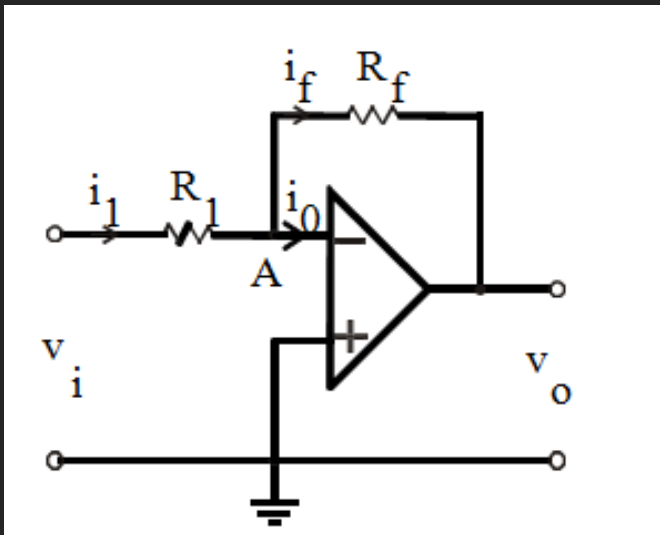
Ringkasan

Latihan

Asesmen



### Inverting Amplifier



Node A :

$$i_1(t) - i_0(t) - i_f(t) = 0$$

$$i_1(t) = \frac{v_i(t) - v_A(t)}{R_1}$$

$$i_f(t) = \frac{v_A(t) - v_o(t)}{R_f}$$

Kondisi ideal :  $i_0 \approx 0$

maka :  $v_A(t) = \varepsilon = 0$



## Elemen Sistem Elektrik

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

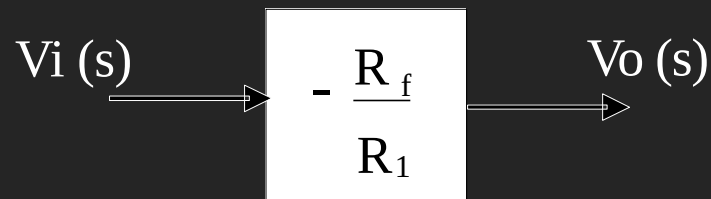
Asesmen

$$i_i(t) = i_f(t) \Leftrightarrow \frac{v_i(t) - v_A(t)}{R_1} = \frac{v_A(t) - v_o(t)}{R_f} \Leftrightarrow \frac{v_i(t)}{R_1} = -\frac{v_o(t)}{R_f}$$

Keluaran :  $V_o(s) = -\frac{R_f}{R_1} V_i(s)$

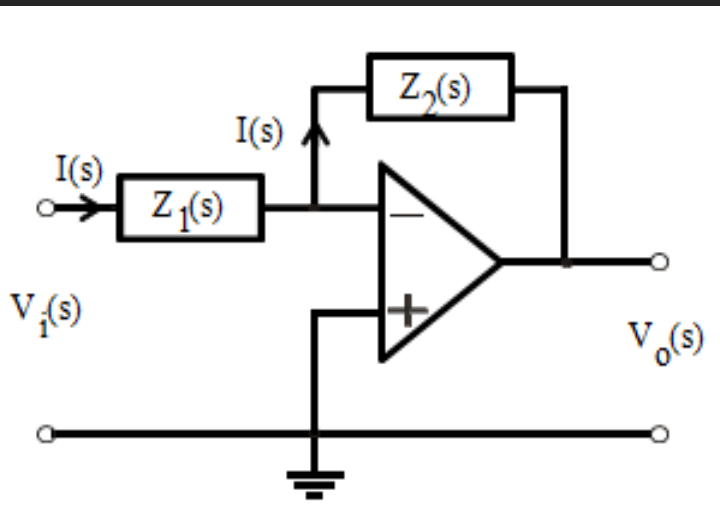
Fungsi alih :  $\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{R_f}{R_1}$

Diagram blok :



## Elemen Sistem Elektrik

Untuk mendapatkan fungsi alih dari inverting amplifier dapat dilakukan dengan pendekatan impedansi.



Dari rangkaian inverting amplifier di samping kita dapatkan :

$$V_i(s) = Z_1(s) \cdot I(s) \quad V_o(s) = -Z_2(s) \cdot I(s)$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen



## Elemen Sistem Elektrik

Tabel berikut menunjukkan fungsi alih dari rangkaian inverting amplifier untuk impedansi masukan  $Z_1(s)$  dan impedansi keluaran  $Z_2(s)$  yang bervariasi

|          | Elemen input                                                                        | Elemen feedback                                                                     | Fungsi alih                                   |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| <b>a</b> | $\begin{array}{c} R_1 \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ Z_1 = R_1 \end{array}$ | $\begin{array}{c} R_2 \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ Z_2 = R_2 \end{array}$ | $-\frac{R_2}{R_1}$                            |
| <b>b</b> | $\begin{array}{c} R_1 \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ Z_1 = R_1 \end{array}$ | $\begin{array}{c} C_2 \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ Z_2 = C_2 \end{array}$ | $\left(-\frac{1}{R_1 C_2}\right) \frac{1}{s}$ |
| <b>c</b> | $\begin{array}{c} C_1 \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ Z_1 = C_1 \end{array}$ | $\begin{array}{c} R_2 \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ Z_2 = R_2 \end{array}$ | $(-R_2 C_1)s$                                 |

Pengantar

Materi

Contoh Soal

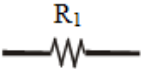
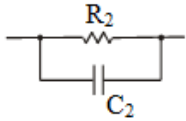
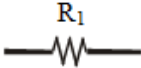
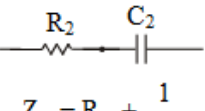
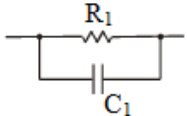
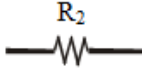
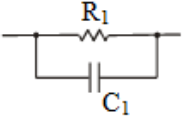
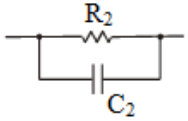
Ringkasan

Latihan

Asesmen



## Elemen Sistem Elektrik

|   |                                                                                                                            |                                                                                                                            |                                                                                         |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| d |  $Z_1 = R_1$                              |  $\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2} + sC_2$  | $-\frac{1}{\frac{R_1 C_2}{s} + \frac{1}{R_2 C_2}}$                                      |
| e |  $Z_1 = R_1$                              |  $Z_2 = R_2 + \frac{1}{sC_2}$            | $-\frac{R_2}{R_1} \left( \frac{s + 1/R_2 C_2}{s} \right)$                               |
| f |  $\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{R_1} + sC_1$   |  $Z_2 = R_2$                             | $-R_2 C_1 \left( s + \frac{1}{R_1 C_1} \right)$                                         |
| g |  $\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{R_1} + sC_1$ |  $\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2} + sC_2$ | $-\frac{C_1}{C_2} \left( s + \frac{1}{R_1 C_1} \right) \frac{1}{s + \frac{1}{R_2 C_2}}$ |

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen





# Contoh Soal

15

Pengantar

Materi

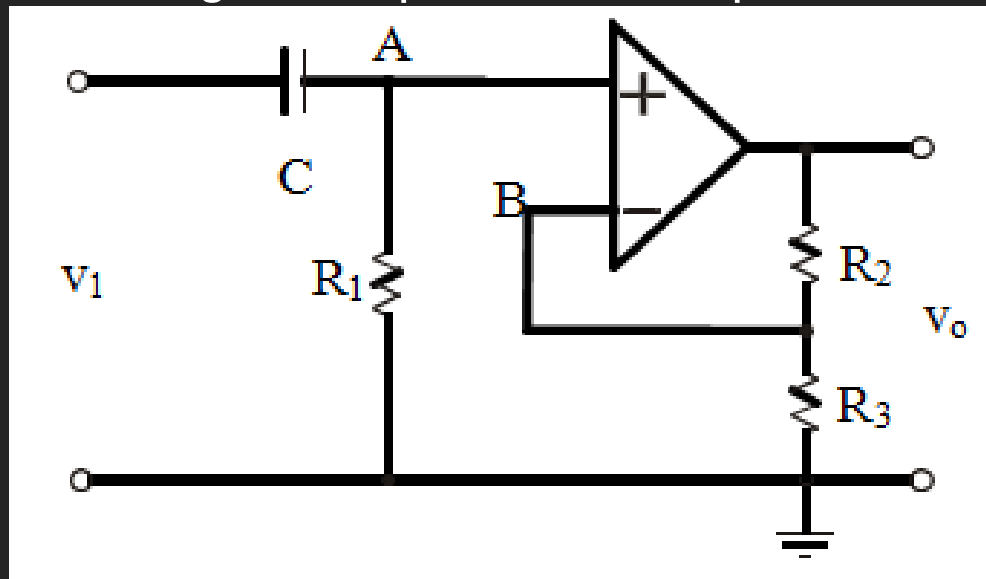
Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen

Perhatikan rangkaian operasional amplifier berikut.



Tentukan fungsi alih sistem  $\frac{V_o(s)}{V_i(s)}$



# Contoh Soal

16

Penyelesaian

$$V_A(s) = \frac{R_1}{\frac{1}{sC_1} + R_1} V_i(s) = \frac{sR_1C_1}{sR_1C_1 + 1} V_i(s)$$

$$V_B(s) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_o(s)$$

Perhatikan bahwa :  $K(V_A(s) - V_B(s)) = V_o(s)$

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen



# Contoh Soal

17

## Penyelesaian

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen

Karena K nilainya sangat besar sekali, maka

$$V_A(s) = V_B(s) \Leftrightarrow \frac{sR_1C_1}{sR_1C_1 + 1} V_i(s) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_o(s)$$

Fungsi alih :

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_2 + R_3}{R_3} \frac{sR_1C_1}{sR_1C_1 + 1} = \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)s}{s + \frac{1}{R_1C_1}}$$



1. Suatu sistem elektronik, tersusun atas komponen: tahanan, inductor dan kapasitor
2. Tegangan pada tahanan sebanding dengan besarnya arus yang mengalir
3. Tegangan pada inductor sebanding dengan laju arus
4. Tegangan pada kapasitor sebanding akumulasi arus

Pengantar

Materi

Contoh Soal

Ringkasan

Latihan

Asesmen

